УДК 519: 816

ПОСТРОЕНИЕ ИСТИННЫХ КОРТЕЖЕЙ ПАРЕТО В ЗАДАЧАХ ГИПЕРВЕКТОРНОГО РАНЖИРОВАНИЯ СИСТЕМ

В. В. Сафронов

Введение. На практике все чаще приходится решать задачи гипервекторного ранжирования (ГВР) [1–6]. В работах [7, 8] осуществлены постановки задач ГВР, рассмотрены характерные особенности такого класса задач, дан метод решения, основанный на методе «жесткого» ранжирования. В свою очередь, отечественными и зарубежными учеными разработаны методы, которые широко применяются в прикладных задачах: анализа иерархий Т. Саати [9]; турнирной таблицы; Борда [10]; равномерной оптимальности; справедливого компромисса; идеальной точки в пространстве критериев [11], минимаксный [12, 13] и многие другие.

К сожалению, применение перечисленных и иных методов как для решения задач многокритериального ранжирования, а тем более задач многовекторного и гипервекторного ранжирования может привести к получению неэффективных решений. В соответствии с теоремой С. Карлина использование линейной свертки справедливо, когда множество векторных оценок строго выпукло, ограничено и замкнуто [14, 15], т.е. для очень узкого класса задач. На этот факт еще раз обратил внимание исследователей, применяющих для решения многокритериальных задач метод анализа иерархий, В. Д. Ногин. Им предложено вместо линейной свертки формировать нелинейную свертку [16]. Ю. Б. Гермейером доказана теорема о построении Парето-оптимальных решений для невыпуклых многокритериальных задач. Однако, как отмечено в [12, 14], если на частные критерии не накладывать никаких дополнительных ограничений, то решения, получаемые по Ю. Гермейеру, могут быть и не оптимальными по Парето. В [17] показано, что в число возможных решений входит и неэффективное решение.

Вместе с тем, применяя методы многокритериального, а тем более многовекторного и гипервекторного ранжирования, исследователь должен быть уверен в правильности полученного результата. Эту уверенность может дать корректное применение соответствующих теорем, сформулированных и доказанных отечественными и зарубежными учеными.

Однако:

– такая проверка может быть затруднена в силу различных причин;

– для решения многокритериальных задач часто применяют, особо не вникая в «тонкости», традиционные для данной организации методы, несмотря на то, что можно получить решение, которое не принадлежит множеству эффективных.

Возникает задача, каким образом, применяя свои «любимые» (известные, традиционные) или новые методы, уверенно получать корректные результаты. При этом используя, по возможности, простые, но надежные правила.

Для ее решения необходимо, на наш взгляд, рассмотреть корректность задачи гипервекторного ранжирования, разработать метод, позволяющий получать только эффективные решения задач гипервекторного ранжирования при использовании для его реализации различных методов многокритериального ранжирования.

Понятие «корректно поставленная задача» впервые введено французским математиком Жаком Адамаром в 1923 г. Большой вклад в развитие теории решения некорректно поставленных задач внес академик АН СССР А. Н. Тихонов [18]. Применительно к многокритериальным задачам вопросы корректности рассматривались, например, в работах [19, 20]. В частности, в [19] отмечено, что «под устойчивостью многокритериальной (векторной) задачи дискретной оптимизации будем понимать свойство непоявления новых оптимумов Парето при «малых» возмущениях параметров исходной задачи…».

В настоящей статье:

– рассмотрена постановка задачи ГВР;

– сформулированы и доказаны теоремы, позволяющие подтвердить корректность решения задачи гипервекторного ранжирования при использовании в качестве опорного метода «жесткого» ранжирования;

– предложен специальный критерий, позволяющий решать задачи ГВР при применении методов многокритериального ранжирования, изначально приводящих к получению некорректных результатов при построении множества Парето. Использование сформулированного и доказанного критерия позволяет получать только эффективные решения.

Статья является продолжением работ автора, например, [21, 22].

1. Постановка задачи гипервекторного ранжирования

Введем необходимые в дальнейшем обозначения: $S=\left\{S_\alpha, \alpha=\overline{1,n}\right\}$ – множество систем; $S_D \subseteq S$ – множество допустимых систем, для которых в зависимости от специфики системы должны выполняться некоторые дисциплинирующие условия: неравенства, равенства, логические условия и т.п.; $K_{\varepsilon ji}\left(S_\alpha\right)$ – i-й скалярный критерий j-й векторной компоненты, которая входит в многовекторную компоненту с номером $\varepsilon, \left(\varepsilon=\overline{1,\mathrm{E}},\ j=\overline{1,r_\varepsilon},\ i=\overline{1,r_{\varepsilon j}}\right)$. Здесь E – число многовекторных компонент; r – число векторных компонент в многовекторной компоненте с номером ε; $r_{\varepsilon j}$ – число скалярных критериев в j-й векторной компоненте, которая, в свою очередь, входит в многовекторную компоненту с номером ε; $K_{\varepsilon j}\left(S_\alpha\right)=\left\{K_{\varepsilon ji}\left(S_\alpha\right), i=\overline{1,r_{\varepsilon j}}\right\}$, $K_\varepsilon\left(S_\alpha\right)=\left\{K_{\varepsilon j}\left(S_\alpha\right), j=\overline{1,r_\varepsilon}\right\}$, $K\left(S_\alpha\right)=\left\{K_\varepsilon\left(S_\alpha\right), \varepsilon=\overline{1,\mathrm{E}}\right\}$ – соответственно множество скалярных, векторных и многовекторных компонент, характеризующих систему $S_\alpha \in S_D$; $A_{\varepsilon j}=\left\{a_{\varepsilon ji}, i=\overline{1,r_{\varepsilon j}}\right\}$, $A_\varepsilon=\left\{a_{\varepsilon j}, j=\overline{1,r_\varepsilon}\right\}$, $A=\left\{a_\varepsilon, \varepsilon=\overline{1,\mathrm{E}}\right\}$ – соответственно множество коэффициентов важности скалярных, векторных и многовекторных компонент, причем $\sum\limits_{\varepsilon=1}^{\mathrm{E}} a_\varepsilon=1$, $\sum\limits_{j=1}^{r_\varepsilon} a_{\varepsilon j}=1$, $\sum\limits_{i=1}^{r_{\varepsilon j}} a_{\varepsilon ji}=1,\ j=\overline{1,r_\varepsilon},\ \varepsilon=\overline{1,\mathrm{E}}$; $P=\left\{S_{k_1}^0, S_{k_2}^0, \ldots, S_{k_{n^\pi}}^0\right\}$ – упорядоченное множество эффективных систем (кортеж Парето), $P \subseteq S_D$; элементы кортежа ранжированы так, что выполняется условие $S_{k_1}^0 \succ S_{k_2}^0 \succ \ldots \succ S_{k_i}^0 \succ \ldots \succ S_{k^\pi}^0$, где «$\succ$» – знак отношения доминирования, $k_i \in \{1,2,\ldots,n\}$.

Допустим, известны множества $A, A_\varepsilon, A_{\varepsilon j}, S_D, K_{\varepsilon j}\left(S_\alpha\right), K_\varepsilon\left(S_\alpha\right), K\left(S_\alpha\right)$, решающие правила, $\left(\alpha=\overline{1,n};\ \varepsilon=\overline{1,\mathrm{E}};\ j=\overline{1,r_\varepsilon}\right)$. Требуется найти кортеж Парето P, для элементов которого справедливо

$$K\left(S_{k_i}^0\right)=\min_{S_\alpha \in S_D} K\left(S_\alpha\right), S_{k_i}^0 \in P. \tag{1}$$

2. Особенности применения некоторых методов для решения задачи гипервекторного ранжирования

2.1. Метод «жесткого» ранжирования [7, 8]. Без потери общности изложение будем проводить для систем $S_\alpha, \alpha=\overline{1,n}$, свойства которых задают с помощью критериев $K_j\left(S_\alpha\right), j=\overline{1,r}$.

В ходе решения задачи будем анализировать множество упорядоченных пар систем $S_k, S_l\left(k=\overline{1,n};\ l=\overline{1,n};\ k \neq l\right)$, а результат анализа заносить в специальную оценочную матрицу $\left\|C_{kl}\right\|$. Сущность метода заключается в следующем:

1. На основе попарного сравнения систем $S_k, S_l\left(k=\overline{1,n};\, l=\overline{1,n};\, k\neq l\right)$ определяем элементы C_{kl} оценочной матрицы $\|C_{kl}\|$. Значения элементов C_{kl} подбирают таким образом, чтобы отсечь неэффективные системы.

К числу неэффективных систем отнесем варианты, у которых:

а) все значения критериев *k*-й системы хуже, чем у *l*-й системы, тогда полагаем $C_{kl}=N_2>>1$;

б) значения $m\left(m<r\right)$ критериев *k*-й системы хуже соответствующих значений критериев *l*-й системы при равных соответствующих значениях остальных критериев этих систем; тогда полагаем $C_{kl}=N_3,\, 1<<N_3<N_2$.

Если же для систем k, l имеем лучшие, худшие и, возможно, равные критерии, то значение C_{kl} определим по методу, изложенному в [23, 24].

Обозначим $N_{kl}^{+}, N_{kl}^{-}, N_{kl}^{=}$ – соответственно подмножества номеров лучших, худших и равных критериев для каждой пары вариантов систем $S_k, S_l\left(k=\overline{1,n}; l=\overline{1,n}, k\neq l\right)$. Будем осуществлять попарное сравнение систем S_k, S_l на основе анализа критериев $K_j\left(S_k\right), K_j\left(S_l\right), j=\overline{1,r}$. Для возможных значений подмножеств номеров $N_{kl}^{+}, N_{kl}^{-}, N_{kl}^{=}$ введем следующие значения элементов оценочной матрицы $\|C_{kl}\|$:

$$\text{если } N_{kl}^{+}=\varnothing, N_{kl}^{-}=\varnothing,\, N_{kl}^{=}=\left\{\overline{1,r}\right\}, \text{ то } C_{kl}=1, C_{lk}=1; \tag{2}$$

$$\text{если } N_{kl}^{+}=\left\{\overline{1,r}\right\},\;\; N_{kl}^{-}=\varnothing,\, N_{kl}^{=}=\varnothing, \text{ то } C_{kl}=N_2, C_{lk}=0; \tag{3}$$

$$\text{если } N_{kl}^{+}=\varnothing,\;\; N_{kl}^{-}=\left\{\overline{1,r}\right\},\, N_{kl}^{=}=\varnothing, \text{ то } C_{kl}=0,\, C_{lk}=N_2; \tag{4}$$

$$\text{если } N_{kl}^{+}\neq\varnothing,\; N_{kl}^{-}=\varnothing,\, N_{kl}^{=}\neq\varnothing, \text{ то } C_{kl}=N_3, C_{lk}=0; \tag{5}$$

$$\text{если } N_{kl}^{+}=\varnothing, N_{kl}^{-}\neq\varnothing,\, N_{kl}^{=}\neq\varnothing, \text{ то } C_{kl}=0,\, C_{lk}=N_3; \tag{6}$$

$$\text{если } N_{kl}^{+}\neq\varnothing,\; N_{kl}^{-}\neq\varnothing,\; \left|N_{kl}^{=}\right|\geq 0, \tag{7}$$

то определим C_{kl} в виде [25]

$$C_{kl}=\sum_{j\in N_{kl}^{+}} a_j\cdot\left(\sum_{j\in N_{kl}^{-}} a_j\right)^{-1},\, C_{lk}=C_{kl}^{-1}. \tag{8}$$

2. Для формулировки решающих правил введем характерные числа: H_l – количество элементов в *l*-м столбце оценочной матрицы, значения которых больше единицы; M_l – количество элементов в *l*-м столбце той же матрицы, значения которых меньше единицы; $C_{kl\max}$ – максимальное значение элемента в *l*-м столбце матрицы $\|C_{kl}\|$.

3. Для реализации «жесткого» ранжирования перейдем от одношагового процесса поиска приоритетного расположения систем к многошаговому процессу [24].

Решающие правила «жесткого» ранжирования

3.1. Ранжирование необходимо проводить среди эффективных систем по шагам. Число шагов $t\leq\left(n-1\right)$.

3.2. На каждом шаге $t\left(t=1,2,...,n-1\right)$ нужно:

– найти числа $H_l^{(t)}, M_l^{(t)}, C_{kl\max}^{(t)}$ и определить лучшую систему S_j с минимальным значением $H_j^{(t)}$ и $C_{lj}\geq 1\,\forall l\in\left\{\overline{1,n}\right\}, l\neq j$;

– номер j занести в множество P;

– исключить из оценочной матрицы j-ю строку и j-й столбец.

Если системы с номерами $l_j \in L_{k(t)} = \{l_1, l_2, ..., l_j, ..., l_{k(t)}\}$ имеют одинаковые минимальные значения $H_{l_j}^{(t)}$, то лучшей является система S_{l_j} с максимальным значением $M_{l_j}^{(t)} = \max\limits_{l_j \in L_{k(t)}} M_{l_j}^{(t)}$.

3.3. Если системы с номерами $l_j \in L_{k(t)} = \{l_1, l_2, ..., l_j, ..., l_{k(t)}\}$ имеют соответственно одинаковые значения $H_{l_j}^{(t)}, M_{l_j}^{(t)}$, то лучшей является система S_{l_j} с минимальным значением $C_{l_j}^{(t)} = \min\limits_{l_j \in L_{k(t)}} C_{kl_j \max}^{(t)}$.

3.4. Если лучшие системы имеют соответственно равные значения $H_l^{(t)}, M_l^{(t)}, C_{kl\max}^{(t)}$, то такие системы считают эквивалентными.

2.2. Минимаксный метод. Минимаксный метод (метод подтягивания самого отстающего) обеспечивает наилучшее (наименьшее) значение наихудшего (наибольшего) из нормированных критериев [13]. При данном методе используется наименьшая априорная информация о назначении системы. В соответствии с минимаксным методом вместо r частных критериев $K_j(S_\alpha),\ j = \overline{1,r},\ S_\alpha \in S_D$ предлагается рассматривать один критерий вида

$$F(S_\alpha) = \min_{j=\overline{1,r}} K_j(S_\alpha),\ S_\alpha \in S_D.$$

В качестве оптимальной системы выбирают такую систему $S_\alpha^* \in S_D$, для которой выполняется условие $F(S_\alpha^*) = \max\limits_{S_\alpha \in S_D} F(S_\alpha)$.

Рассмотрим особенности применения метода при решении задач гипервекторного ранжирования.

Методика решения задачи гипервекторного ранжирования
с использованием минимаксного метода

1. Провести анализ исходной информации, формирование критериев оценок систем.
2. Вычислить оценки векторных компонент. Ранжировать системы с использованием минимаксного метода по множеству скалярных критериев каждой векторной компоненты.
3. Построить частные кортежи Парето по векторным компонентам.
4. Ранжировать системы с использованием минимаксного метода по множеству векторных компонент.
5. Определить значения оценок многовекторных компонент и построить частные кортежи Парето по многовекторным компонентам.
6. Ранжировать системы с использованием минимаксного метода по множеству многовекторных компонент. Построить кортеж Парето.
7. Провести анализ результатов решения.
8. В случае необходимости уточнить исходные данные. Перейти к шагу 2. В противоположном случае перейти к шагу 9.
9. Конец решения.

3. Критерий построения истинных кортежей Парето

В [21, 22] и других работах автора проведена сравнительная оценка применения различных методов для решения задачи ГВР. В частности, получено:

1. При использовании метода ГВР, основанного на применении метода «жесткого» ранжирования, можно обоснованно строить множество эффективных решений.

2. При использовании метода ГВР, основанного на применении иных методов, в число возможных могут входить и неэффективные решения.

Для устранения этих проблем разработан специальный критерий. Для его формулировки введем необходимые определения.

Определение 1. *Опорный кортеж Парето* P – упорядоченное множество только эффективных вариантов, построенное в ходе решения задач многокритериального, многовекторного или гипервекторного ранжирования с использованием метода «жесткого» ранжирования.

Определение 2. *Псевдокортеж Парето* P_{nq} – упорядоченное множество эффективных и неэффективных вариантов, построенное в ходе решения задач многокритериального, многовекторного или гипервекторного ранжирования с использованием метода, отличного от МЖР, $q=\overline{1,Q}$. В частном случае в псевдокортеж Парето входят только эффективные варианты.

Определение 3. *Истинный кортеж Парето* P_{uq} – упорядоченное множество эффективных вариантов, построенное на основе псевдокортежа Парето, у которого исключены неэффективные варианты, $q=\overline{1,Q}$.

Сформулированы теоремы о единственности и устойчивости решения задачи ГВР при применении МЖР. *Единственность решения* подтверждается *Теоремой 1*.

Теорема 1. Если в l-м $\left(l\in\left\{\overline{1,n}\right\}\right)$ столбце оценочной матрицы максимальный элемент равен значению N_3 или значению N_2, то l-й вариант системы не принадлежит множеству эффективных решений.

Доказательство. Из условия теоремы следует, что хотя бы для одного из вариантов $k\left(k\in\left\{\overline{1,n}\right\},k\neq l\right)$ выполняется одно из условий (3), (5). Таким образом, вариант l доминируется вариантом k. Значит, согласно определению множества Парето l-й вариант не может принадлежать множеству эффективных решений. *Теорема доказана.*

Применение *Теоремы 1* позволяет для известной структуры исходных данных получать *единственное* множество Парето.

Устойчивость решения (относительно коэффициентов важности критериев) подтверждается *Теоремой 2 и следствием из Теоремы 2.*

Теорема 2. Множество неэффективных систем не зависит от значений коэффициентов важности критериев.

Доказательство. Из теоремы 1 следует, что если l-й вариант принадлежит множеству неэффективных решений, то $C_{kl\max}=N_3$ или $C_{kl\max}=N_2$. В этом случае хотя бы один из элементов C_{kl} оценочной матрицы принимает одно из значений:

– N_3, когда вариант системы k имеет по сравнению с вариантом системы l только лучшие и равные значения критериев (условие (5));

– N_2, когда вариант системы k имеет по сравнению с вариантом системы l только лучшие значения критериев (условие (3)).

Значения N_3, N_2 введены автономно и не зависят от коэффициентов важности критериев. *Теорема доказана.*

Следствие из Теоремы 2. Множество эффективных систем не зависит от значений коэффициентов важности критериев.

Допустим, что, используя МЖР, а также другие интересующие нас методы из заданного множества, построены соответственно опорный кортеж Парето P и q псевдокортежей P_{nq}, $q=\overline{1,Q}$.

Критерий построения истинных кортежей Парето P_{uq}, $q=\overline{1,Q}$

Для построения истинных кортежей Парето необходимо и достаточно из соответствующих псевдокортежей Парето выбрать, не нарушая порядок следования, лишь варианты, номера которых указаны в опорном кортеже Парето. Иначе

$$P_{uq}=\left(P_{nq}\cap P,\ q=\overline{1,Q}\right). \qquad (9)$$

Доказательство

Необходимость. В соответствии с теоремой 1 в опорный кортеж Парето входят только эффективные варианты. Следовательно, выбор указанного кортежа является оправданным и необходимым условием решения задачи.

Достаточность. Выполнив операцию (9) в истинные кортежи Парето войдут лишь эффективные варианты, которые включены в опорный кортеж Парето, и никакие другие. Отличие, в общем случае, будет заключаться лишь в порядке следования эффективных вариантов, который зависит от конкретного решающего правила.

Для корректного решения задачи предлагается следующая *методика*.

1. Решить задачу ГВР с использованием методов «жесткого ранжирования» и иных методов, например, минимаксного. В результате:

а) по методу «жесткого ранжирования» будет построен опорный кортеж Парето P и определено подмножество неэффективных систем;

б) по иным методам будет построен псевдокортеж Парето $P_{п1}$.

2. С учетом информации об эффективных системах, которые имеются в опорном кортеже P, исключить из псевдокортежа $P_{п1}$ неэффективные системы. В итоге получим истинный кортеж, в котором расположены только эффективные системы.

4. Численный пример. Построение кортежей Парето для систем контроля и управления

На основе предлагаемого подхода решена задача ранжирования шестнадцати вариантов систем контроля и управления, позволяющих проводить проверки систем летательных аппаратов на различных этапах эксплуатации.

Дано: шестнадцать возможных вариантов систем контроля и управления. Каждый из вариантов характеризуется множеством критериев: тремя многовекторными компонентами, семью векторными компонентами, двадцатью тремя скалярными критериями.

Необходимо:

1) построить опорный кортеж Парето, используя метод «жесткого ранжирования»;

2) с использованием методов минимаксного, Борда и равномерной оптимальности построить псевдокортежи $P_{п1}$, $P_{п2}$, $P_{п3}$ Парето;

3) построить истинные кортежи $P_{и1}$, $P_{и2}$, $P_{и3}$ Парето, используя разработанный критерий;

4) сделать выводы.

Результаты решения задачи приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты решения задачи выбора наилучшего варианта системы контроля и управления

Применяемый метод	Опорный кортеж Парето	Псевдокортеж Парето	Истинный кортеж Парето
«Жесткого» ранжирования	S_{44}, S_{43}	–	$P = \langle S_{44}, S_{43} \rangle$
Минимаксный	–	$P_{п1} = \left\langle \begin{matrix} S_{41}, S_{42}, S_{34}, S_{24}, S_{14}, S_{33}, S_{32}, S_{31}, \\ S_{23}, S_{22}, S_{21}, S_{13}, S_{12}, S_{44}, S_{43}, S_{11} \end{matrix} \right\rangle$	$P_{и1} = \langle S_{44}, S_{43} \rangle$
Борда	–	$P_{п2} = \left\langle \begin{matrix} S_{43}, S_{41}, S_{42}, S_{13}, S_{33}, S_{34}, S_{14}, S_{31}, \\ S_{23}, S_{24}, S_{12}, S_{21}, S_{32}, S_{44}, S_{22}, S_{11} \end{matrix} \right\rangle$	$P_{и2} = \langle S_{43}, S_{44} \rangle$
Равномерной оптимальности	–	$P_{п3} = \left\langle \begin{matrix} S_{14}, S_{13}, S_{41}, S_{11}, S_{44}, S_{12}, S_{31}, S_{43}, \\ S_{21}, S_{24}, S_{34}, S_{23}, S_{42}, S_{33}, S_{22}, S_{32} \end{matrix} \right\rangle$	$P_{и3} = \langle S_{44}, S_{43} \rangle$

В результате ранжирования вариантов модернизации по множеству многовекторных компонент получен кортеж Парето: $P = \langle S_{44}, S_{43} \rangle$. Остальные варианты модернизации оказались неэффективными.

Нетрудно видеть, что если для решения задачи применять методы минимаксный, Борда и равномерной оптимальности, то в псевдокортеж Парето могут попасть и заведомо неэффективные системы. Более того, эффективные системы могут располагаться после неэффективных (например, неэффективные системы S_{41}, S_{42}, S_{34}, S_{24}, S_{14}, S_{33}, S_{32}, S_{31}, S_{23}, S_{22}, S_{21}, S_{13}, S_{12} соответственно на первом–тринадцатом местах перед эффективными системами S_{44}, S_{43} в псевдокортеже $P_{п1}$; неэффективные системы S_{41}, S_{42}, S_{13}, S_{33}, S_{34}, S_{14}, S_{31}, S_{23}, S_{24}, S_{12}, S_{21}, S_{32} соответственно на втором–тринадцатом местах перед эффективной системой S_{44} в псевдокортеже $P_{п2}$; неэффективные системы S_{14}, S_{13}, S_{41}, S_{11} соответственно на первом – четвертом местах перед эффективной системой S_{44} в псевдокортеже $P_{п3}$).

Применяя предлагаемый критерий, получим истинные кортежи Парето $P_{и1} = \langle S_{43}, S_{44} \rangle$, $P_{и2} = \langle S_{43}, S_{44} \rangle$, $P_{и3} = \langle S_{44}, S_{43} \rangle$, в которые входят только эффективные системы.

Заключение

1. Многие методы решения многокритериальных задач являются некорректными. Получаемое в результате их применения множество эффективных вариантов не является таковым. Необходимо решить проблему построения множества эффективных решений при использовании различных методов многокритериального ранжирования.

2. Рассмотрен метод «жесткого» ранжирования, который служит основой методов многокритериального, многовекторного и гипервекторного ранжирования. Доказаны теоремы о единственности и устойчивости решения. Введено понятие опорного, псевдо- и истинного кортежей Парето.

3. Для получения корректных решений при использовании различных методов многокритериального ранжирования необходимо строить истинные кортежи Парето. С этой целью сформулирован и доказан специальный критерий построения таких кортежей.

Список литературы

1. Воронов, Е. М. Многокритериальное комплексирование облика сложной системы управления на основе гипервекторного выбора / Е. М. Воронов, А. А. Карпунин // Интеллектуальные системы : тр. Десятого Междунар. симп. / под ред. К. А. Пупкова. – М. : РУСАКИ, 2012. – С. 338–342.
2. Воронов, Е. М. Многокритериальное комплексирование облика сложной системы управления на основе гипервекторного выбора / Е. М. Воронов, А. А. Карпунин // Интеллектуальные системы : тр. Десятого Междунар. симп. / под ред. К. А. Пупкова. – М. : РУСАКИ, 2012. – С. 338–342.
3. Клеванский, Н. Н. Основные концепции реализации задач формирования расписаний / Н. Н. Клеванский // Образовательные ресурсы и технологии. – 2014. – № 2 (5). – С. 9–21.
4. Решение задач совершенствования системы образования с использованием методов ранжирования / В. В. Сафронов, И. В. Григорьев, А. В. Ткачук, А. В. Попов // Информационные технологии. – 2008. – № 11. – С. 52–57.
5. Сафронов, В. В. Метод построения эффективных моделей разработки программного обеспечения / В. В. Сафронов, О. Н. Федорец // Информационные технологии. – 2010. – № 1. – С. 34–39.
6. Сафронов, В. В. Выбор стенда для проведения огневых испытаний демонстратора пульсирующего детонационного прямоточного двигателя / В. В. Сафронов, А. С. Жебраков, В. А. Поршнев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2011. – № 9. – С. 65–70.
7. Сафронов, В. В. Гипервекторное ранжирование сложных систем / В. В. Сафронов // Информационные технологии. – 2003. – № 5. – С. 23–26.
8. Сафронов, В. В. Основы системного анализа: методы многовекторной оптимизации и многовекторного ранжирования : моногр. / В. В. Сафронов. – Саратов : Научная книга, 2009. – 329 с.
9. Саати, Т. Л. Принятие решений. Метод анализа иерархий / Т. Л. Саати ; пер. с англ. – М. : Радио и связь, 1993. – 320 с.
10. Трахтенгерц, Э. А. Компьютерная поддержка принятия согласованных решений / Э. А. Трахтенгерц // Приложение к журналу «Информационные технологии». – 2002. – № 3. – 24 с.
11. Дубов, Ю. А. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем / Ю. А. Дубов, С. И. Травкин, В. Н. Якимец. – М. : Наука, 1986. – 296 с.
12. Гермейер, Ю. Б. Введение в теорию исследования операций / Ю. Б. Гермейер. – М. : Наука, 1971. – 383 с.
13. Гуткин, Л. С. Оптимизация радиоэлектронных устройств / Л. С. Гуткин. – М. : Сов. радио, 1975. – 368 с.
14. Захаров, И. Г. Обоснование выбора. Теория практики / И. Г. Захаров. – СПб. : Судостроение, 2006. – 528 с.
15. Карлин, С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике / С. Карлин. – М. : Сов. радио, 1964. – 838 с.

16. Ногин, В. Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев / В. Д. Ногин // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2004. – Т. 44, № 7. – С. 1259–1268.
17. Михалевич, В. С. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем / В. С. Михалевич, В. Л. Волкович. – М. : Наука, 1982. – 286 с.
18. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М. : Наука, 1979. – 284 с.
19. Емеличев, В. А. О регуляризации многокритериальной задачи целочисленного линейного программирования / В. А. Емеличев, О. А. Янушкевич // Известия вузов. Серия «Математика». – 1999. – № 12 (451). – С. 38–42.
20. Молодцов, Д. А. Регуляризация множества точек Парето / Д. А. Молодцов // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 1978. – Т. 18, № 3. – С. 597–602.
21. Сафронов, В. В. Применение метода идеальной точки в пространстве критериев для решения задачи гипервекторного ранжирования / В. В. Сафронов // Труды Междунар. симп. Надежность и качество. – 2010. – Т. 1. – С. 12–14.
22. Сафронов, В. В. Сравнительная оценка методов «жесткого» ранжирования и анализа иерархий в задаче гипервекторного ранжирования систем / В. В. Сафронов // Информационные технологии. – 2011. – № 7. – С. 8–13.
23. Белкин, А. Р. Принятие решений: комбинаторные модели аппроксимации информации / А. Р. Белкин, М. Ш. Левин. – М. : Наука, 1990. – 160 с.
24. Сафронов, В. В. Методика построения истинных кортежей Парето в задачах гипервекторного ранжирования систем / В. В. Сафронов // Труды Междунар. симп. Надежность и качество. – 2014. – Т. 1. – С. 62–66.
25. Руа, Б. К вопросу принятия многокритериального решения / Б. К. Руа // Перевод № А-10849. – М. : Всесоюзный центр переводов научно-технической литературы и документации, 1977. – 10 с.

Сафронов Валерий Васильевич
доктор технических наук, профессор,
главный научный сотрудник,
Конструкторское бюро «Электроприбор»
(410065, Россия, г. Саратов,
2-й Красноармейский тупик, 3)
8-(452)-63-36-10
E-mail: svv@kbep.ru

Safronov Valeriy Vasil'evich
doctor of technical sciences, professor,
senior researcher manager,
Design department «Electropribor»
(410065, 3, 2-d Krasnoarmeisky tupic street,
Saratov, Russia)

Аннотация. Поставлена задача гипервекторного ранжирования систем. Сформулированы и доказаны теоремы, позволяющие подтвердить корректность решения задачи гипервекторного ранжирования при использовании в качестве опорного метода «жесткого» ранжирования. Введены понятия опорного, истинного и псевдокортежей Парето. Предложен специальный критерий построения истинных кортежей Парето, позволяющий корректно решать задачи гипервекторного ранжирования при применении различных методов многокритериального ранжирования. Приведен численный пример.

Ключевые слова: гипервекторное ранжирование, многокритериальная задача, критерии, опорный, псевдо- и истинный кортежи Парето.

Abstract. The task of the systems hypervector ranging has been set. Theorems were formulated and proven, which allow to confirm the correctness of hypervector ranging task solution by using of the «hard» ranging method as a reference method. The concepts of the reference, true and pseudo Pareto tuples were introduced. The special criterion of building the true Pareto tuples was proposed, allowing to solve correctly the problems of hypervector ranging by using of different methods of multicriteria ranging. A numerical example was given.

Key words: hypervector ranging, multicriteria task, criteria, reference, pseudo and true Pareto tuples.

УДК 519: 816

Сафронов, В. В.

Построение истинных кортежей Парето в задачах гипервекторного ранжирования систем / В. В. Сафронов // Надежность и качество сложных систем. – 2014. – № 4 (8). – С. 11–18.